



# Fondamenti d'Informatica: Problemi senza soluzione

Barbara Re, Phd

# Macchina Universale

---

- ▶ Si dice **Macchina di Turing Universale (MTU)** una macchina di Turing capace di simulare le evoluzioni di ogni macchina di Turing
- ▶ La MTU universale è una MdT il cui input è composto dalla concatenazione di due elementi
  - ▶ La codifica della MdT da simulare - Stato iniziale, posizione iniziale della testina, regole di transizione
  - ▶ L'input di tale MdT - Nastro iniziale
- ▶ Rispetto alle semplici MT, la MTU è una **macchina calcolatrice programmabile**, mentre infatti le normali macchine di Turing eseguono un solo programma, che è “incorporato” nella tavola di transizione, la MTU assume in input il programma che deve eseguire

# Il problema dell'arresto

- ▶ Il problema della terminazione (dall'inglese Halting problem, tradotto anche con problema dell'arresto o problema della fermata) chiede se sia sempre possibile, descritto un algoritmo e un determinato input finito, stabilire se l'algoritmo in questione termini o continui la sua esecuzione all'infinito
- ▶ **È stato dimostrato che non può esistere un algoritmo generale che possa risolvere il problema per tutti i possibili input**
- ▶ La versione più nota del problema è quella proposta nel 1936 dal matematico Alan Turing, insieme alla dimostrazione della sua indecidibilità

Supponiamo che  $L$  sia decidibile allora per definizione esiste una macchina di Turing  $M_d$  che decide  $L$  e per un qualsiasi input  $x$  la computazione  $M_d(x)$  andrà:

- nello stato di accettazione se  $x$  appartiene ad  $L$
- nello stato di rigetto se  $x$  non appartiene ad  $L$

Questa macchina non esiste!

# Il decimo problema di Hilbert

---

- ▶ Il problema dell'arresto non è l'Unico esempio indecidibile in informatica teorica, altre questioni condividono la sua assenza di soluzioni algoritmiche
- ▶ I Problemi di Hilbert costituiscono una lista di 23 problemi matematici stilata da David Hilbert e presentata l'8 agosto 1900 nella sua conferenza del Congresso internazionale dei matematici svoltasi a Parigi
- ▶ **Decimo problema di Hilbert** (problema matematico che non ha algoritmo di soluzione perché non è decidibile secondo Turing)
  - ▶ Trovare un algoritmo che determini se una data equazione in una o più incognite con coefficienti interi di cui si ricercano le soluzioni intere in  $n$  incognite abbia soluzione
  - ▶ **Ciò equivale a dire se una MdT converge o no su un dato input**

# Equivalenza tra due macchine di turing

---

- ▶ Il problema dell'equivalenza tra due macchine di turing è a sua volta indecidibile alitmicamente
- ▶ Non sarà mai possibile decidere se due generici programmi calcolano la stessa funzione, o in altri termini, se hanno la stessa semantica
- ▶ Ciò preclude la speranza di trovare un algoritmo per l'analisi e la verifica di correttezza automatica dei programmi
- ▶ **Tecniche di test sono le uniche strategie!**