



Fondamenti d'Informatica: Problemi senza soluzione

Barbara Re, Phd

Macchina Universale

- ▶ Si dice **Macchina di Turing Universale (MTU)** una macchina di Turing capace di simulare le evoluzioni di ogni macchina di Turing
- ▶ La MTU universale è una MdT il cui input è composto dalla concatenazione di due elementi
 - ▶ La codifica della MdT da simulare - Stato iniziale, posizione iniziale della testina, regole di transizione
 - ▶ L'input di tale MdT - Nastro iniziale
- ▶ Rispetto alle semplici MT, la MTU è una **macchina calcolatrice programmabile**, mentre infatti le normali macchine di Turing eseguono un solo programma, che è “incorporato” nella tavola di transizione, la MTU assume in input il programma che deve eseguire

Il problema dell'arresto

- ▶ Il problema della terminazione (dall'inglese Halting problem, tradotto anche con problema dell'arresto o problema della fermata) chiede se sia sempre possibile, descritto un algoritmo e un determinato input finito, stabilire se l'algoritmo in questione termini o continui la sua esecuzione all'infinito
- ▶ **È stato dimostrato che non può esistere un algoritmo generale che possa risolvere il problema per tutti i possibili input**
- ▶ La versione più nota del problema è quella proposta nel 1936 dal matematico Alan Turing, insieme alla dimostrazione della sua indecidibilità

Supponiamo che L sia decidibile allora per definizione esiste una macchina di Turing M_d che decide L e per un qualsiasi input x la computazione $M_d(x)$ andrà:

- nello stato di accettazione se x appartiene ad L
- nello stato di rigetto se x non appartiene ad L

Questa macchina non esiste!

Il decimo problema di Hilbert

- ▶ Il problema dell'arresto non è l'Unico esempio indecidibile in informatica teorica, altre questioni condividono la sua assenza di soluzioni algoritmiche
- ▶ I Problemi di Hilbert costituiscono una lista di 23 problemi matematici stilata da David Hilbert e presentata l'8 agosto 1900 nella sua conferenza del Congresso internazionale dei matematici svoltasi a Parigi
- ▶ **Decimo problema di Hilbert** (problema matematico che non ha algoritmo di soluzione perché non è decidibile secondo Turing)
 - ▶ Trovare un algoritmo che determini se una data equazione in una o più incognite con coefficienti interi di cui si ricercano le soluzioni intere in n incognite abbia soluzione
 - ▶ **Ciò equivale a dire se una MdT converge o no su un dato input**

Equivalenza tra due Mdt

- ▶ Il problema dell'equivalenza tra due macchine di turing è a sua volta indecidibile algebricamente
- ▶ Non sarà mai possibile decidere se due generici programmi calcolano la stessa funzione, o in altri termini, se hanno la stessa semantica
- ▶ Ciò preclude la speranza di trovare un algoritmo per l'analisi e la verifica di correttezza automatica dei programmi
- ▶ **Tecniche di test sono le uniche strategie!**